

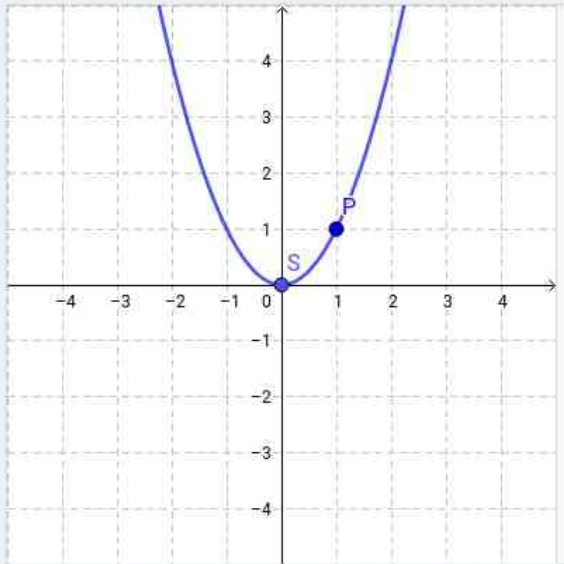
AuthOMath (2022-2024) :
Die Potentiale von STACK und GeoGebra
technisch verknüpfen und didaktisch reflektiert nutzen



Guido Pinkernell ◦ Tim Lutz

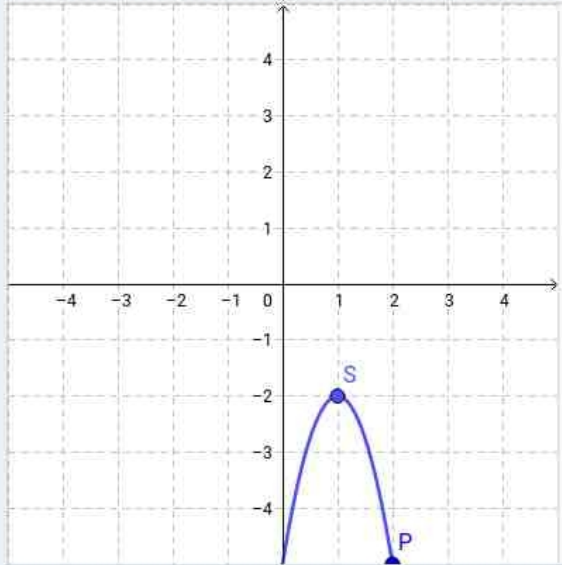
AK MdW Jahrestreffen ◦ PH Freiburg ◦ Oktober 2023

Move the points S und P,
such that the graph fits with
 $f(x) = -3 \cdot (x + 1)^2 - 2$.



Check

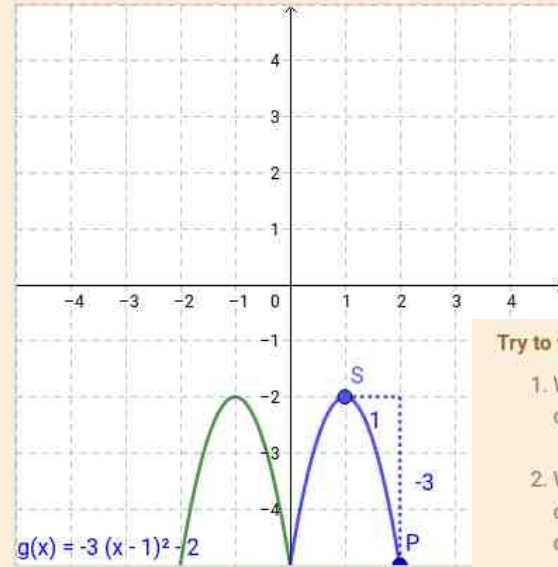
Move the points S und P,
such that the graph fits with
 $f(x) = -3 \cdot (x + 1)^2 - 2$.



Check

Wrong, too bad!

The green graph would be correct.



Why?

You can find out yourself.

Correct your blue graph
and watch how the expression changes.

Try to find answers to the following questions:

1. Where in the expression
can you see the coordinates of the vertex?
2. Where in the expression
can you see a value for the opening
of the parabola?

Do you have an idea already?

Then try the task again.

Or wait 30 seconds
after which a full solution will appear:

Musterlösung

Übersicht

1. AuthOMath

- Partner
- Ziele

2. DiCo I Theoretische Perspektiven

- Affordances
- TPACK und Lesson Planning
- LLLS

3. DiCo II Umsetzung

- Rahmen
- Beispiel



AuthOMath (2022-2024)

Authoring Online Material with
Multimodal, Dynamic and Interactive Applets
and Automated Feedback
for Learning Math



AuthOMath : Partner



University of Education Heidelberg
Guido Pinkernell ◦ Gunter Ehret ◦ Tim Lutz



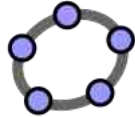
University of Cantabria Santander
Jose Manuel Diego Mantecon ◦ María Sanz Ruiz ◦ Zaira Ortiz Laso



University of Edinburgh
Chris Sangwin ◦ George Kinnear ◦ Konstantina Zerva



Johann-Kepler-Universität Linz
Zsolt Lavica ◦ Mathias Tejera ◦ Guillermo Bautista ◦ Cecilia Russo



Geogebra GmbH (associated)



AuthOMath : Ziele

AuTo

- ein Moodle-basiertes Autorentool für randomisierte interaktive und dynamische multimodale Mathematikaufgaben mit automatischem adaptivem Feedback

DiCo

- ein didaktisches Konzept für die Gestaltung online-basierter interaktiven Lernmaterials für den Einsatz in der Mathematiklehrerbildung



AuthOMath : Ziele





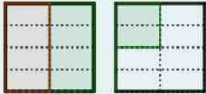
AuTo

- ein Moodle-basiertes Autorentool für randomisierte interaktive und dynamische multimodale Mathematikaufgaben mit automatischem adaptivem Feedback

was im Wesentlichen bedeutet, STACK für die Implementierung von GeoGebra-Applets in Aufgaben und Feedback zu erweitern

This picture explains
how two fractions are added.

Translate into numbers:

	+		=	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	+	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	
=		+		=	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	+	<input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
=			=	<input style="width: 60px; height: 20px;" type="text"/>			

```
n1:rand([2,3,4,5]);
n2:rand_with_prohib(2,5,[n1]);
z1:rand(n1-1)+1;
z2:rand(n2-1)+1;
```

↓ A B I ≡ ≡ ≡ ≡ 🔗 🔄 🖼️ 📄 🎤 📹 📄 H-P
U 🔗 x₂ x² ≡ ≡ ≡ 🧮 ✍️ 📊 📏 🔄 🔄 🌐 🔍 </>

```
1 <br>This visualization shows<br>how two fractions are added.<br><br>Tra
2 |
3 <table style="border-collapse: collapse; width: 400px;" border="0">
4   <tbody>
5     <tr>
6       <td style="width: 180px; vertical-align: bottom; border-sty
7
8         [[geogebra set="n1,n2,z1,z2,x1,y1,x2,y2"]]
9         params["material_id"] = "yqhjpr2c";
10        params["width"] = 450;
11        params["height"] = 550;
12        params["borderColor"] = "rgba(0, 0, 0, 0)";
13        params["transparentGraphics"]= true;
14        params["scale"] = 0.5;
15        [[/geogebra]]
16
17    </td>
```

names of variables in applet, with

set: transmit values from STACK to applet
watch: read values from applet into STACK on "Check"
remember: remember values for reloading applet

applet ID on geogebra.org

GeoGebra App Parameters

https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebra_App_Parameters

```
n1:rand([2,3,4,5]);  
n2:rand_with_prohib(2,5,[n1]);  
z1:rand(n1-1)+1;  
z2:rand(n2-1)+1;
```



>This visualization shows
how two fractions are added.

Tra

```
2 |  
3 | <table style="border-collapse: collapse; width: 400px;" border="0">  
4 |   <tbody>  
5 |     <tr>  
6 |       <td style="width: 180px; vertical-align: bottom; border-sty  
7 |  
8 |         [[geogebra_set="n1,n2,z1,z2,x1,y1,x2,y2"]]  
9 |         params["material_id"] = "yqhjpr2c";  
10 |        params["width"] = 450;  
11 |        params["height"] = 550;  
        params["borderColor"] = "rgba(0, 0, 0, 0)";  
        params["transparentGraphics"]= true;  
        params["scale"] = 0.5;  
        [[/geogebra]]  
17 |     </td>
```

Übersicht

1. AuthOMath

- Partner
- Ziele

2. DiCo I Theoretische Perspektiven

- Affordances
- TPACK und Lesson Planning
- LLLS

3. DiCo II Umsetzung

- Rahmen
- Beispiel

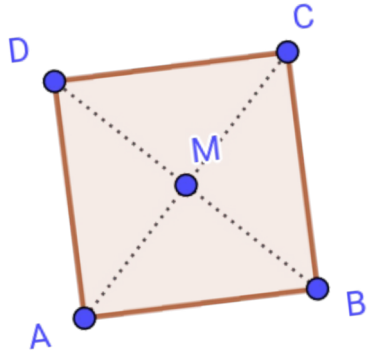


Theoretische Perspektiven

DiCo

- ein didaktisches Konzept für die Gestaltung online-basierter interaktiven Lernmaterials für den Einsatz in der Mathematiklehrerbildung

Theoretische Perspektiven



This is not a square.

Move points
to explore the range of appearances,
and then decide on
what this quadrangle really is.

GeoGebra

- multirepräsentational,
dynamisch,
interaktiv
- mathematische Objekte durch
Definieren und Skizzieren erzeugen
- WYSIWYG
- schulische
Community

Theoretische Perspektiven

STACK

- randomisierte Aufgaben
- automatisiertes antwortbasiertes Feedback
- Kodieren
- akademische Community

GeoGebra

- multirepräsentational, dynamisch, interaktiv
- mathematische Objekte durch Definieren und Skizzieren erzeugen
- WYSIWYG
- schulische Community

Theoretische Perspektiven

STACK

- randomisierte Aufgaben
- automatisiertes antwortbasiertes Feedback
- Kodieren
- akademische Community

Give a quadratic expression which has exactly the two roots -3 und -1 .

$$f(x) = (x-3)*(x-1)$$

NEARLY correct, but not quite!

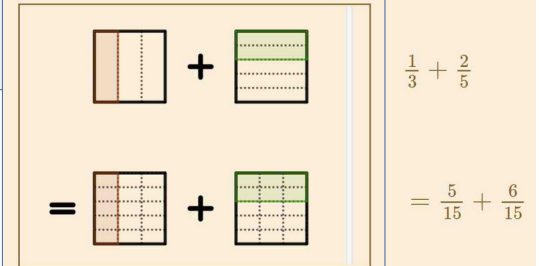
You seem to know what to do.
Just check your answer again...

Calculate:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{3}{8}$$

Wrong, sorry!

Maybe this visualisation of the first step helps you to find your mistake?



Theoretische Perspektiven

STACK

- randomisierte Aufgaben
- automatisiertes antwortbasiertes Feedback
- Kodieren
- akademische Community

"Subtract from 3 the sum of x and 2 and you get 10."

Translate into an equation:

$3-x+2=10$

Well, yes and no.

You have translated all the words correctly into algebra.

But you should think of "the sum of x and 2" as a whole that needs to be subtracted from 3.

Do you know now what to do?

Then try again!

Or wait 30 seconds for a full solution:

click for How to translate:

"the sum of x and 2" translates into $x + 2$,

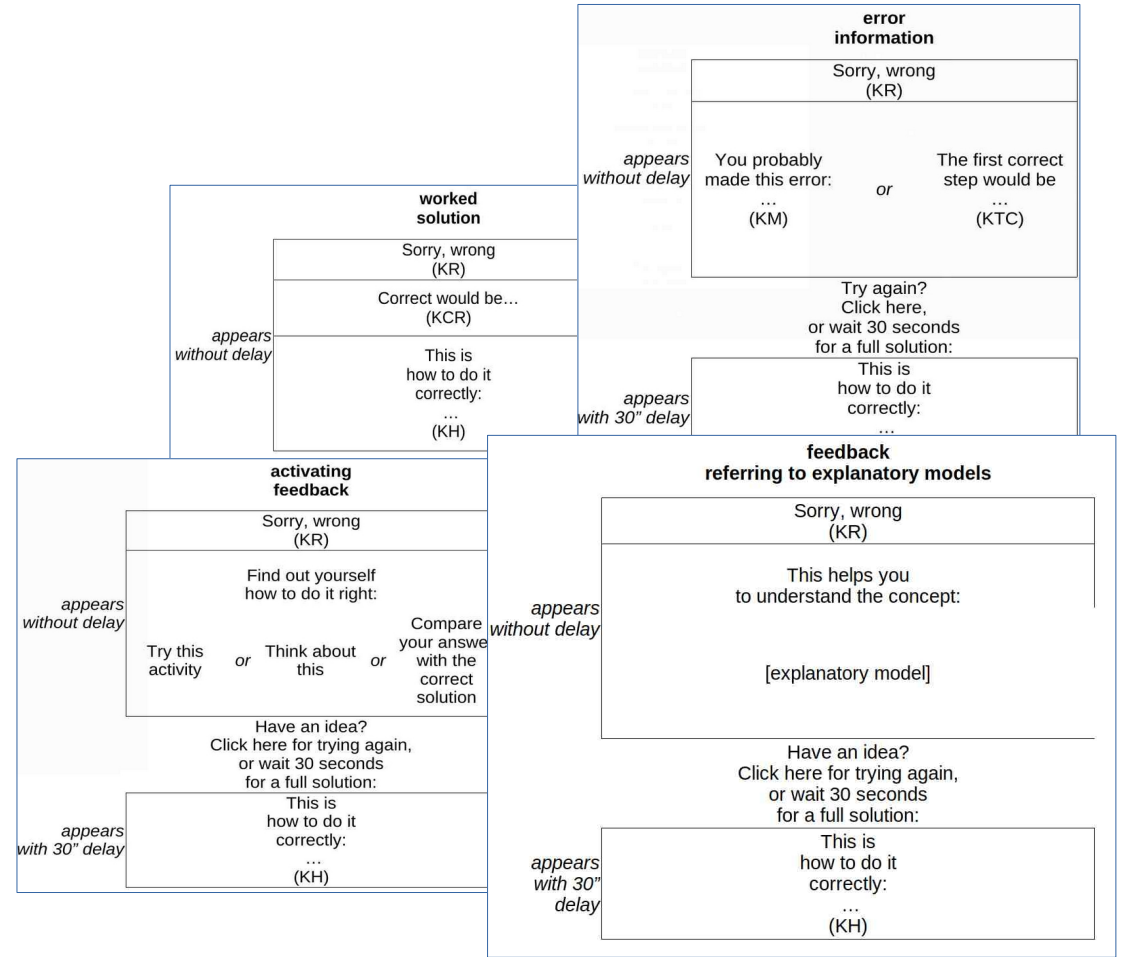
after which "Subtract from 3 the sum $x + 2$ and you get 10" translates into $3 - (x + 2) = 10$ übersetzt.

Try again!

Theoretische Perspektiven

STACK

- randomisierte Aufgaben
- automatisiertes antwortbasiertes Feedback
- Kodieren
- akademische Community



Theoretische Perspektiven

STACK

- randomisierte Aufgaben
- automatisiertes antwortbasiertes Feedback
- Kodieren
- akademische Community

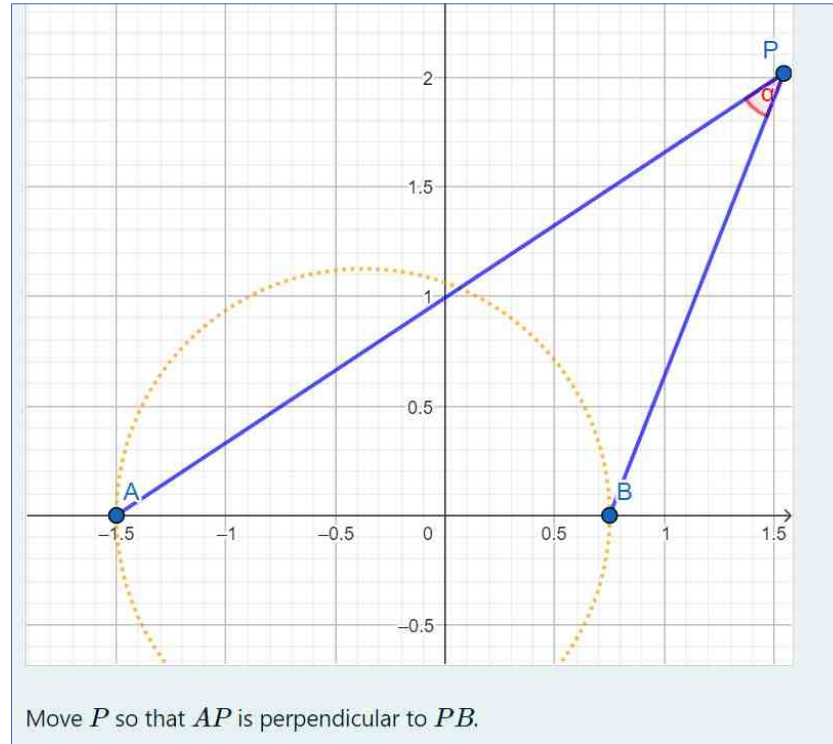
The screenshot displays the STACK system interface with three questions and their corresponding feedback. The first question asks for an example of a set of vectors that span \mathbb{R}^3 . Two input boxes show the answer `[[1,0,0],[0,1,0],[0,0,1]]` and `[[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]]`. A yellow feedback box indicates a correct answer: "Correct answer, well done. This set spans \mathbb{R}^3 ". The second question asks for another example of a set of vectors that span \mathbb{R}^3 , but does not contain the standard basis vectors. Two input boxes show the answer `[[2,0,0],[0,2,0],[0,0,2]]` and `[[2, 0, 0], [0, 2, 0], [0, 0, 2]]`. A yellow feedback box indicates a correct answer: "Correct answer, well done. This set spans \mathbb{R}^3 ". The third question asks for an example of a set of more than 3 vectors that span \mathbb{R}^3 , or to enter none if no such example exists. Two input boxes show the answer `[[1,0,0],[0,1,0],[0,0,1],[1,1,1]]` and `[[1, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [1, 1, 1]]`.

Theoretische Perspektiven : Affordances

affordances

“the potential for action
inherent in the features
of the setting”

Theoretische Perspektiven : Affordances



Theoretische Perspektiven : Affordances

affordances

“the potential for action
inherent in the features
of the setting”

constraints

“the structure imposed by
the setting [that] may
facilitate task progress”

Theoretische Perspektiven : Affordances

- STACK

- Randomisierung:

- Antizipation eines sachangemessenen und adressatenspezifischen Anforderungs- und Lösungsraums

- Feedback:

- Antizipation adressatenspezifischer Konzepte und Fehlkonzepte mit jeweils passenden Unterstützungsimpulsen

- GeoGebra

- Repräsentation, Dynamik, Interaktion:

- Analyse sachangemessener und adressatenspezifischer Zugänge zum Lerngegenstand sowie Konzeption adressatenspezifischen Feedbacks

Fachliche Analyse des Lerngegenstands und der möglichen Zugänge sowie didaktische Analyse von (auch fehlerhaften) Konzeptualisierungen

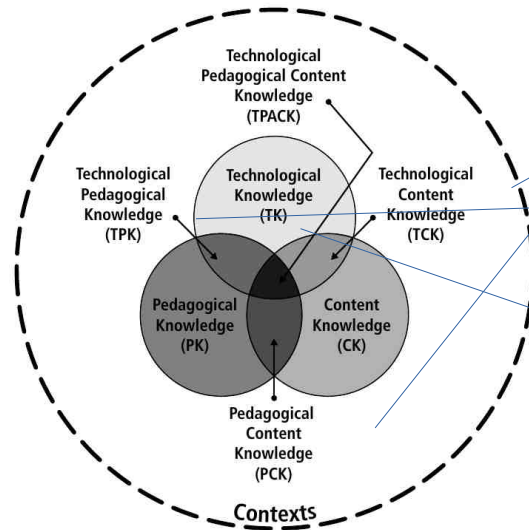
Analyse der affordances und constraints von STACK & GeoGebra für die Repräsentation des Lerngegenstands

Analyse der affordances und constraints von STACK & GeoGebra für die Lernsituation

Programmierkenntnisse für die Erstellung von anforderungsangemessenen Aufgaben mit STACK & GeoGebra

Theoretische Perspektiven : TPACK

Wissensmodellierung:
TPACK, kontextualisiert



CK & PCK
Fachliche Analyse
des Lerngegenstands
und der möglichen Zugänge
sowie didaktische Analyse von (auch
fehlerhaften) Konzeptualisierungen

TCK
Analyse der
affordances und constraints
von STACK & GeoGebra
für die Repräsentation
des Lerngegenstands

TPK
Analyse der
affordances und constraints
von STACK & GeoGebra
für die Lernsituation

TK
Programmierkenntnisse
für die Erstellung von anforderungs-
angemessenen Aufgaben
mit STACK & GeoGebra

Theoretische Perspektiven : TPACK lokalisiert

Kompatibilität mit lokalem
Ausbildungscurriculum

A) Sachanalyse

B) Didaktische
Analyse

C) Methodische
Entscheidungen

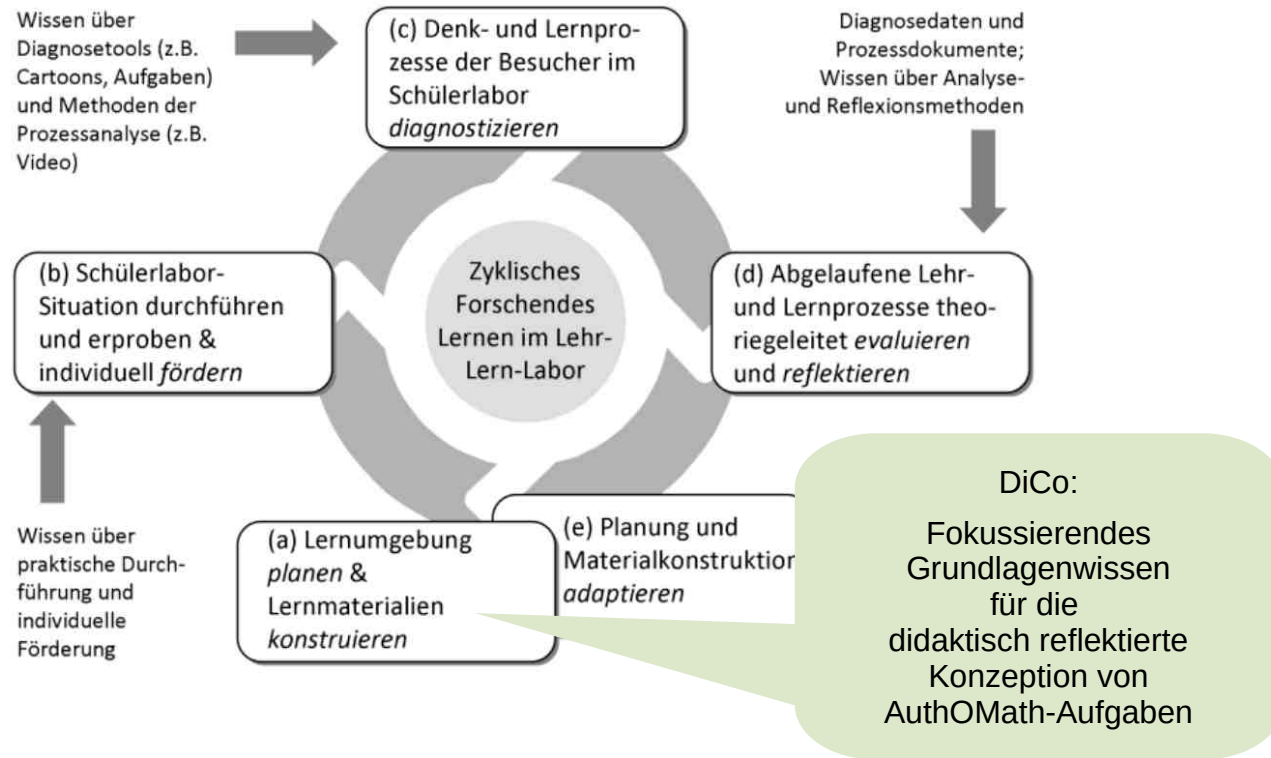
CK & PCK
Fachliche Analyse
des Lerngegenstands
und der möglichen Zugänge
sowie didaktische Analyse von (auch
fehlerhaften) Konzeptualisierungen

TCK
Analyse der
affordances und constraints
von STACK & GeoGebra
für die Repräsentation
des Lerngegenstands

TPK
Analyse der
affordances und constraints
von STACK & GeoGebra
für die Lernsituation

TK
Programmierkenntnisse
für die Erstellung von anforderungs-
angemessenen Aufgaben
mit STACK & GeoGebra

Theoretische Perspektiven : LLLS



Übersicht

1. AuthOMath
 - Partner
 - Ziele
2. DiCo I Theoretische Perspektiven
 - LLLS
 - Affordances
 - TPACK
3. DiCo II Umsetzung
 - Rahmen
 - Beispiel



Umsetzung : Rahmen

“Content”

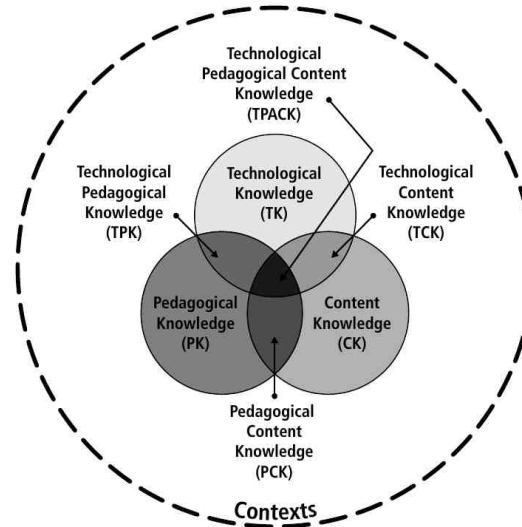
Lerngegenstände
der Primar- und
Sekundarstufenmathematik

“Pedagogy”

adressatenspezifische
Zugänge sowie
Konzeptionalisierungen
und Fehlkonzepte

“Technology”

in AuthOMath kombinierte
Autorensysteme
STACK & GeoGebra



Umsetzung : Rahmen

“Content”

Lerngegenstände
der Primar- und
Sekundarstufenmathematik

“Pedagogy”

adressatenspezifische
Zugänge sowie
Konzeptionalisierungen
und Fehlkonzepte

“Technology”

in AuthOMath kombinierte
Autorensysteme
STACK & GeoGebra

Sachanalyse:

Sie haben sich für ein Thema entschieden.
Welche Aspekte von Wissen und Können
umfasst dieses Thema?



WIGORA

- Ein **Orientierungsrahmen** für die Konkretisierung von Anforderungen an das Beherrschen und Verstehen zentraler Begriffe und Verfahren
- Die Frage „Was muss man beherrschen?“ wird durch „**Wie** muss man es beherrschen?“ ergänzt.
- Fachdidaktische Perspektive auf das „Verstehen von Inhalten“ in Form **etablierter, kommunizierbarer und operationalisierbarer** Modelle

Umsetzung : Rahmen

“Content”

Lerngegenstände
der Primar- und
Sekundarstufenmathematik

“Pedagogy”

adressatenspezifische
Zugänge sowie
Konzeptionalisierungen
und Fehlkonzepte

“Technology”

in AuthOMath kombinierte
Autorensysteme
STACK & GeoGebra

Didaktische Analyse:

Wie können Lernende das Thema erfassen.
Welche Fehlvorstellungen könnten sie
entwickeln?

Fehler als “mislungener conceptual change”

- ein conceptual change erfordert das Überwinden einer Denkhürde, die sich als Diskrepanz zwischen Gewohntem und Neuem ergibt
- gewohnte Denkweisen bei alten Lerninhalten passen nicht mehr bei neuen

Aspekt	Natürli
Kardinalität	Eine Z auf die
Symbolische Repräsentation	eindeu. Reprä
Ordnung	Existen Nachf
Addition – Subtraktion	unter
Multiplikation	Multi (auß
Division	Divid

fachdidaktische Perspektive:

Wenn die “gewohnten Denkweisen” nicht mehr passen, dann haben sie schon vorher nicht gepasst.

Denn offensichtlich erfassen sie den Lerngegenstand nicht in seiner ganzen mathematische Bedeutungsbreite.

stille, relative
hältnisse, ...
ch
ert
Zählfolge gestützt
nger und Nachfol-
ne Bruchzahlen
en
Zählfolge gestützt
rt (für $a > 1$) oder
er vergrößert

Prediger, 2007

Umsetzung : Rahmen

“Content”

Lerngegenstände
der Primar- und
Sekundarstufenmathematik

“Pedagogy”

adressatenspezifische
Zugänge sowie
Konzeptionalisierungen
und Fehlkonzepte

“Technology”

in AuthOMath kombinierte
Autorensysteme
STACK & GeoGebra

Aufgabenanalyse:
Wie soll die Aufgabe, wie soll das Feedback
formuliert und gestaltet werden,
damit sie verständlich und lernfördernd wirken können?

Merkmale von Aufgabe und Feedback

- für “Experten”

KR, KM (nur Hinweis auf gemachten Fehler)
oder KH (nur Hinweis auf mögliche Vorgehensweise)
scheint ausreichen
(Chi, Siler, Jeong, Yamauchi & Hausmann, 2001; Quintana, Zhang & Krajcik,
2005; Johnson & Priest, 2005; Ras et al., 2016)

- für “Novizen”

KH (hier schrittweise Unterstützung, i.e. “scaffolding”
oder Musterlösung) ist notwendig
(Kirschner, Sweller & Clark, 2006; Renkl, 2002;
Renkl & Atkinson, 2003)

- Aufgabe
 - Variationen
 - ...
- Feedback
 - **Inhalte**
 - Timing
 - Struktur

Übersicht

1. AuthOMath
 - Partner
 - Ziele
2. DiCo I Theoretische Perspektiven
 - LLLS
 - Affordances
 - TPACK
3. DiCo II Umsetzung
 - Rahmen
 - Beispiel

